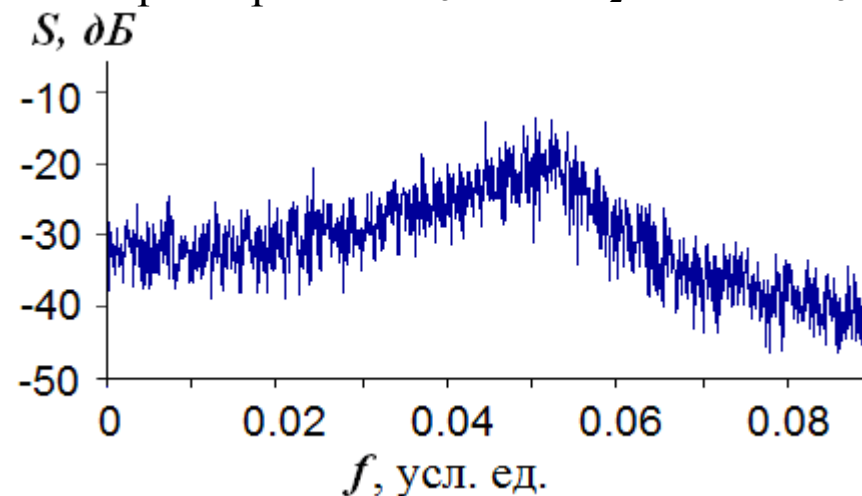
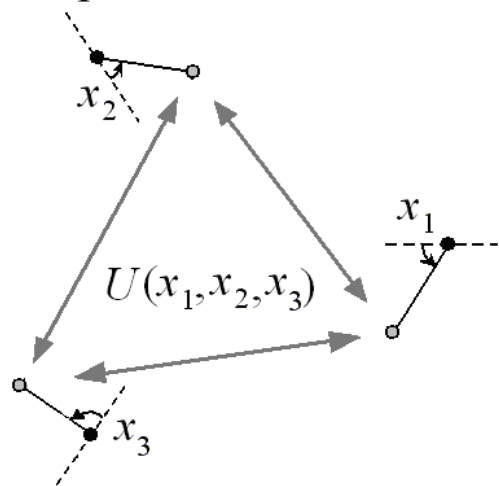


Предложена новая автоколебательная система с грубым хаосом, построенная на основе трех ротаторов путем модификации консервативной системы с гиперболической динамикой Аносова. Показано, что генерируемый сигнал характеризуется высокой степенью равномерности сплошного спектра, что делает данную модель перспективной для построения на ее основе генераторов шума для приложений.

Модель составлена из трех подсистем, мгновенное состояние каждой из которых задается угловой переменной и ее временной производной. В консервативном случае ротаторов, связанных потенциалом взаимодействия $U(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{2}(\cos x_1 + \cos x_2 + \cos x_3)^2$, имеет место хаотическая гиперболическая динамика Аносова на поверхности постоянной энергии в фазовом пространстве.

При добавлении диссипации, положительной при больших амплитудах и отрицательной при малых, получается модельная система с гиперболическим хаотическим аттрактором.

$$\begin{aligned}\ddot{x}_1 &= \nu[\mu - \frac{1}{2}(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + \dot{x}_3^2)]\dot{x}_1 + (\cos x_1 + \cos x_2 + \cos x_3) \sin x_1, \\ \ddot{x}_2 &= \nu[\mu - \frac{1}{2}(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + \dot{x}_3^2)]\dot{x}_2 + (\cos x_1 + \cos x_2 + \cos x_3) \sin x_2, \\ \ddot{x}_3 &= \nu[\mu - \frac{1}{2}(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + \dot{x}_3^2)]\dot{x}_3 + (\cos x_1 + \cos x_2 + \cos x_3) \sin x_3.\end{aligned}$$

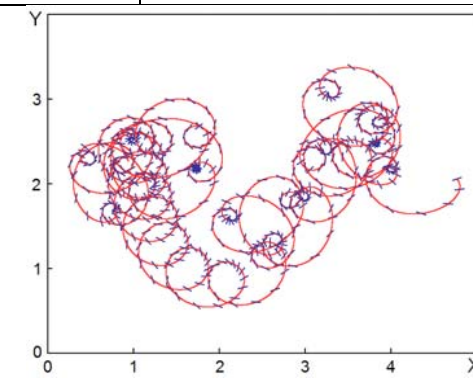
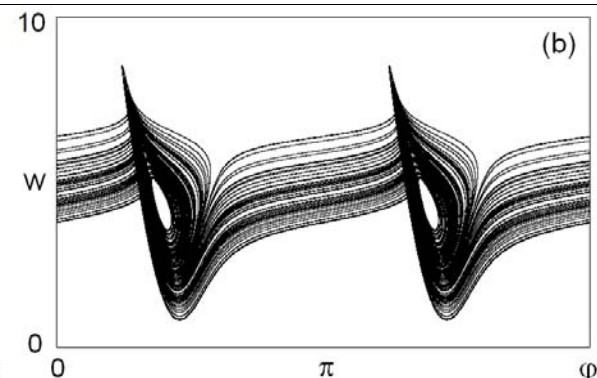
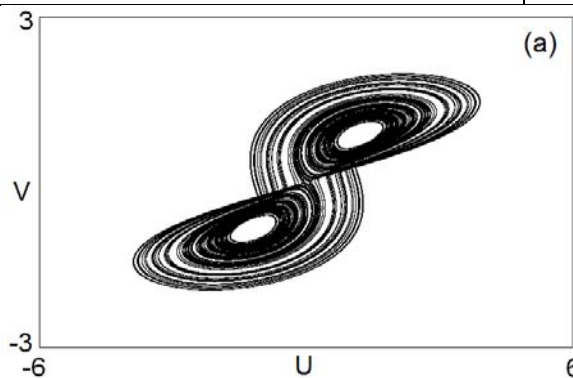


В дальнейшем предполагается, отправляясь от этой модели, построить электронный генератор грубого хаоса с хорошими спектральными свойствами.

С.П. Кузнецов. Хаос в системе трех связанных ротаторов: от динамики Аносова к гиперболическому аттрактору // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. 2015, т. 15, вып. 2, 5-17.

Проведено исследование плоской задачи о падении пластинки в сопротивляющейся среде с сопоставлением различных моделей в виде обыкновенных дифференциальных уравнений относительно небольшого числа переменных, включая модели Козлова, Танабе – Канеко, Бельмонте – Айзенберга – Мозеса и Андерсена – Песавенто – Ванг. Показано, что общая структура устройства пространства параметров для разных моделей имеет сходство, обусловленное одинаковой присущей симметрией и природой вовлеченных феноменов нелинейной динамики. Для задачи о движении тела эллиптического профиля в вязкой среде в присутствии циркуляции вектора скорости и приложенного постоянного вращающего момента обнаружено присутствие странного аттрактора типа Лоренца в трехмерном пространстве обобщенных скоростей.

Модель Козлова	Танабе-Канеко (модифицированная)	Андерсен-Песавенто-Ванг
$\dot{u} = -rk_1 u + (1+r)v\dot{\theta} - \sin \theta,$ $(1+r)\dot{v} = -rk_2 v - u\dot{\theta} - \cos \theta,$ $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}r\right)\ddot{\theta} = -rk_3 \dot{\theta} - ruv,$	$\dot{v}_x + k_{\parallel} v_x = \dot{\theta} v_y - g_0 \sin \theta + \pi \bar{\rho} v_y^2 \operatorname{sgn} v_x,$ $\dot{v}_y + k_{\perp} v_y = -\dot{\theta} v_x - g_0 \cos \theta - \pi \bar{\rho} v_x v_y \operatorname{sgn} v_x,$ $\ddot{\theta} + k_{\perp} \dot{\theta} = -3\pi \bar{\rho} l^{-1} v_x v_y,$	$\dot{u} = (1-r)v\dot{\theta} - \frac{2}{5\pi\sqrt{u^2+v^2}} ru^3 - \sin \theta,$ $(1+r)\dot{v} = (2r-1)u\dot{\theta} - \frac{14u^2+12v^2}{5\pi\sqrt{u^2+v^2}} rv - \cos \theta,$ $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}r\right)\ddot{\theta} = -ruv - r(\mu_1 + \mu_2 \dot{\theta})\dot{\theta},$



Аттрактор Лоренца в модели Козлова при нулевой плавучести, постоянной циркуляции и приложенном моменте внешней силы.

С.П. Кузнецов. *Движение падающей пластинки в жидкости: конечномерные модели и феномены сложной нелинейной динамики.* // *Нелинейная динамика*, 2015, т.11, №1, 3-49.

S.P. Kuznetsov. *Plate falling in a fluid: Regular and chaotic dynamics of finite-dimensional models* // *Regular and Chaotic Dynamics*, **20**, 2015, No 3, 345-382.

Рассмотрена динамическая система с четырехмерным фазовым пространством, являющаяся обобщением системы Лоренца. С помощью построения карты ляпуновских показателей выявлены области хаоса и гиперхаоса, а также автономной квазипериодичности. Рассмотрена картина режимов двух связанных систем, отвечающая взаимодействию квазипериодических подсистем и гиперхаотических подсистем.

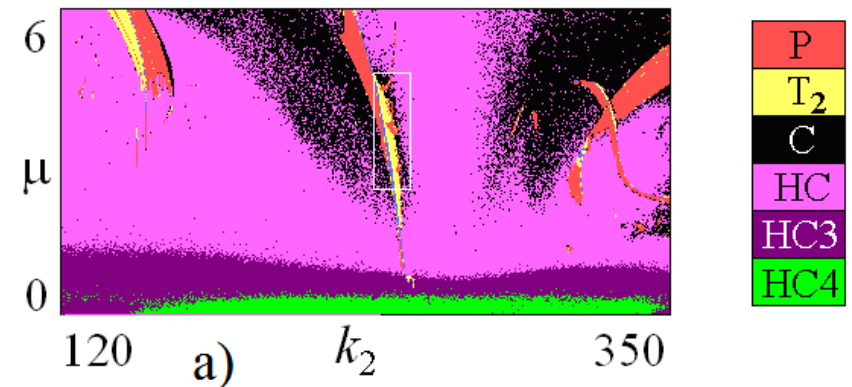
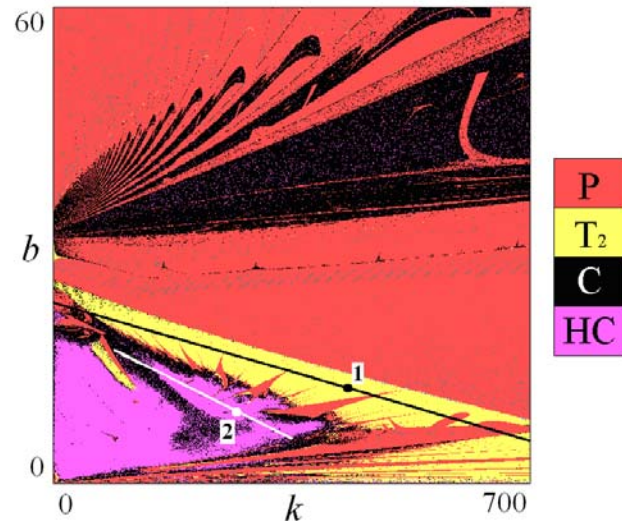
$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y - x) + euz, \\ \dot{y} &= cx - dxz + y + u, \\ \dot{z} &= xy - bz, \\ \dot{u} &= -ku.\end{aligned}$$

Связанные системы:

Фазовый захват квазипериодических колебаний.

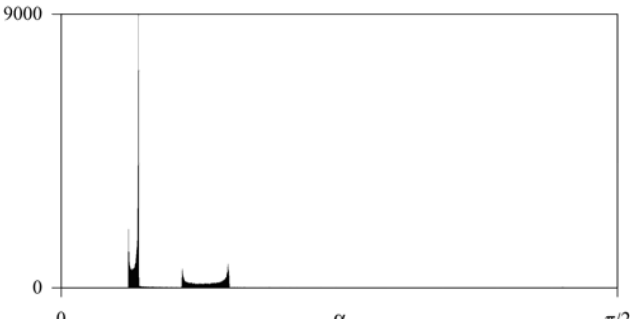
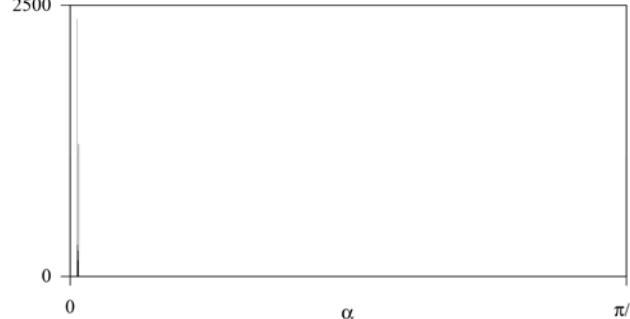
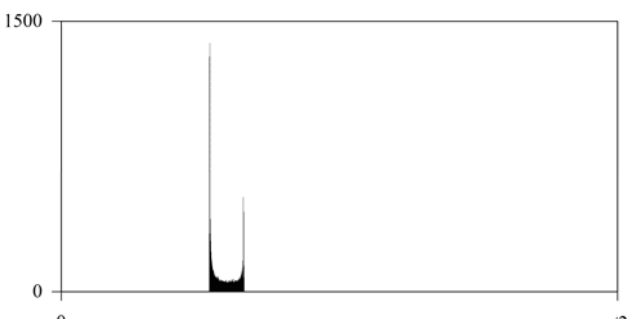
Квазипериодическая динамика и система языков Арнольда для связанных систем с гиперхаосом.

Возникновение грубости хаоса за счет связи.



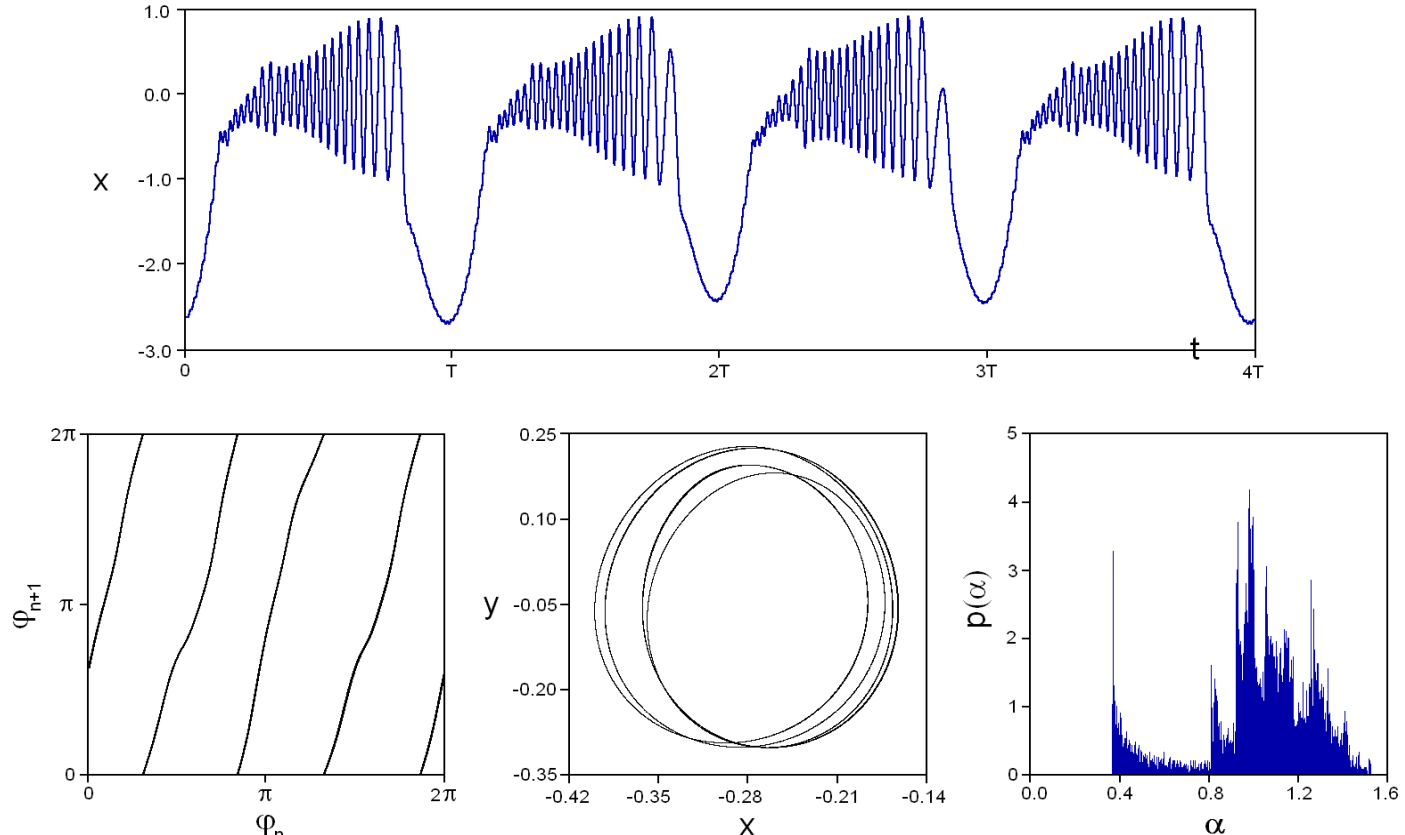
А.П. Кузнецов, Ю.В. Седова. Автономная и связанная модели, демонстрирующие гиперхаос // Вестник СГТУ, 2015, № 2 (79), 26-31.

Посредством анализа в численных расчетах статистики распределения углов между подпространствами устойчивых и неустойчивых направлений подтверждена гиперболическая природа, а следовательно, грубость хаоса для редуцированных конечномерных моделей распределенных систем, сконструированных на основе уравнений Свифта–Хохенберга, модели брюсселятора, а также для задачи о параметрическом возбуждении стоячих волн модулированным сигналом накачки.

Модифицированная система Свифта-Хохенберга	Модифицированная модель Брюсселятора	Задача о параметрическом возбуждении стоячих волн модулированным сигналом накачки
$\partial_t u + (1 + \partial_x^2)^2 u = (\mu + u^2 - \frac{1}{5}v^2)u + \varepsilon v \cos 3x,$ $\partial_t v = (u^2 - 1)v + u^2,$ $u(x, t) = u(x + L, t), \quad v(x, t) = v(x + L, t).$	$\partial_t u = (A - u)(1 + \varepsilon \cos 3k_0 x) - Bu + u^2 v + \gamma(t) \sigma \partial_{xx} u,$ $\partial_t v = Bu - u^2 v + \gamma(t) \partial_{xx} v,$ $\gamma(t) = \begin{cases} 1, & nT < t \leq nT + T/2, \\ 1/4, & nT + T/2 < t \leq (n+1)T. \end{cases}$ $u(x, t) = u(x + L, t), \quad v(x, t) = v(x + L, t)$	$\rho(x) \partial_t^2 u = -(\alpha + u^2) \partial_t u - \gamma u + G(t) \partial_x^2 u.$ $\rho(x) = 1 + \varepsilon \sin 4k_0 x$ $G(t) = 1 + a \cos^2 \frac{2\pi t}{T} \sin 2\omega_0 t + b \sin^2 \frac{2\pi t}{T} \sin 6\omega_0 t$ $u(x, t) = u(x + L, t).$
		

В.П. Круглов. *Методика и результаты численной проверки гиперболической природы аттракторов для редуцированных моделей распределенных систем. Известия вузов – Прикладная нелинейная динамика, 22, 2014, №6, 79-93.*

Обоснована возможность реализации структурно устойчивой хаотической динамики, обусловленной аттрактором Смейла–Вильямса, в нейронных системах на основе систем ФитцХью–Нагумо, с периодической модуляцией параметров, так что два нейрона претерпевают поочередное возбуждение с последовательной передачей фазы колебаний от одного нейрона к другому.

<p>Связанные нейроны ФитцХью-Нагумо:</p>	<p>Периодическая последовательность нейронных “бёрстов”, в которых фазовая динамика “спайков” описывается двойным отображением Бернулли ($\varphi_{n+1} = 4\varphi_n + Const \pmod{2\pi}$), и аттрактор Смейла-Вильямса:</p>
<p> $I: \begin{cases} \dot{x} = c_1 x - x^3/3 - y, \\ \dot{y} = a_1 x - b_1 y + \varepsilon \dot{u}^2, \end{cases}$ $II: \begin{cases} \dot{u} = c_2 u - u^3/3 - v, \\ \dot{v} = a_2 u - b_2 v + \varepsilon \dot{x}^2. \end{cases}$ <p>Модуляция параметров:</p> $a_{1,2}(t) = A_0 \pm A_1 \sin \Omega t$ $b_{1,2}(t) = B_0 \pm B_1 \cos \Omega t$ $c_{1,2} = C_0$ </p>	 <p>The figure consists of three subplots. The top plot shows a time series of variable x over time t, exhibiting periodic bursts of high-frequency oscillations. The bottom-left plot shows the phase map φ_{n+1} versus φ_n, illustrating a Bernoulli map with a period-doubling cascade. The bottom-middle plot shows the Smale-Williams attractor in the x-y plane, a characteristic chaotic attractor. The bottom-right plot is a histogram of the parameter α, showing a distribution with a peak around 1.0.</p>

A.Yu. Jalnine. *Hyperbolic and non-hyperbolic chaos in a pair of coupled alternately excited FitzHugh–Nagumo systems.* Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 23, 2015, No 1-3, 202-208.

Предложена новая схема передачи информации на основе динамического хаоса, где несущий сигнал генерируется автоколебательной системой в режиме фазово-когерентных хаотических автоколебаний. Этот сигнал подвергается процедуре фазовой модуляции информационным сигналом, и его воздействию одновременно подвергается генератор-передатчик через петлю обратной связи. После прохождения канала связи несущий информацию сигнал воздействует на генератор-приемник, вызывая в нем синхронный хаотический отклик. Для извлечения информации разработана процедура фазового детектирования хаотического сигнала. Численным моделированием продемонстрирована работоспособность схем на основе осцилляторов Рёсслера и автогенераторов гиперболического хаоса.

Передатчик:

Приёмник:

$$\begin{cases} \dot{x}_d = -\omega y_d - z_d \\ \dot{y}_d = \omega x_d + a S_{trans} + z_d \\ \dot{z}_d = r + z_d (x_d + y_d - c) \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x}_r = -\omega y_r - z_r \\ \dot{y}_r = \omega x_r + a S_{trans} + z_r \\ \dot{z}_r = r + z_r (x_r + y_r - c) \end{cases}$$

Передаваемый сигнал: $S_{trans}(t) = y_d(t) - i(t) \cdot y_d(t - \pi/2\omega_0)$

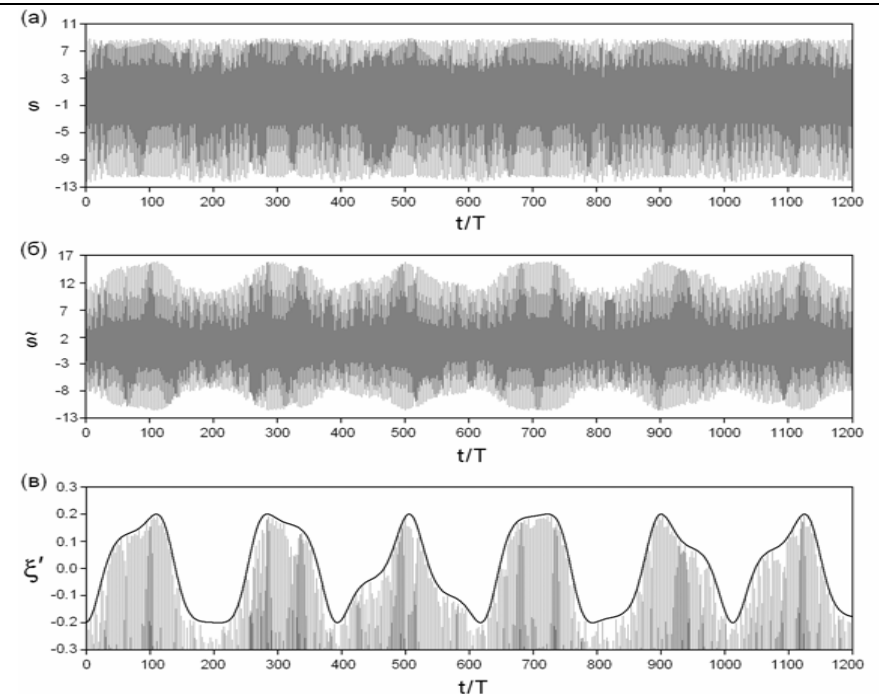
Опорный сигнал: $S_{ref}(t) = -y_r(t) - y_r(t - \pi/2\omega_0)$

Преобразование модуляции в амплитудную:

$$\tilde{S}(t) = S_{trans}(t) + S_{ref}(t) = -(1 + i(t))y_r(t - \pi/2\omega_0)$$

Расшифрованный информационный сигнал:

$$i'(t) \approx \frac{\langle |\tilde{S}(t)| \rangle}{\langle |y_r(t - \pi/2\omega_0)| \rangle} - 1$$



А.Ю. Жалнин. Новая схема передачи информации на основе фазовой модуляции несущего хаотического сигнала. Известия высших учебных заведений – Прикладная нелинейная динамика, 22, 2014, №5, 3-12.